



运筹与优化

Operations Research & Optimization

鲁海燕

江南大学理学院

信息与计算机科学系

2019-2020-2 学期

Email: luhaiyan@jiangnan.edu.cn

目标规划

第四章

求解目标规划问题的图解法

第2节

图解法的基本步骤

对模型中只含两个决策变量的目标规划问题，可用图解法找出满意解。

- 基本步骤

(1) 画出平面直角坐标系，将代表各绝对约束和目标约束的直线方程分别标示在坐标平面内；

(2) 先分析绝对约束，确定满意解可能在的区域（必须要满足所有的绝对约束）；

(3) 在此基础上，再按照目标函数中目标优先级别由高到低的次序，依次分析各个目标约束，求得最终的满意解。

- 一般地，若优先因子 P_j 对应的解空间为 R_j ，则优先因子 P_{j+1} 对应的解空间 R_{j+1} 只能在中 R_j 考虑，即 $R_{j+1} \subseteq R_j$ 。若 $R_j \neq \emptyset$ ，而 $R_{j+1} = \emptyset$ ，则 R_j 中的解为目标规划的满意解，它只能保证满足 P_1, \dots, P_j 级目标，而不能保证满足其后的各级目标。

图解法举例

- **例2** 用图解法求解**例1**中的目标规划问题:

$$\begin{aligned} \min z = & P_1 d_1^- + P_2 (d_2^- + d_2^+) + 3P_3 (d_3^- + d_3^+) + P_3 d_4^+ \\ \text{s.t. } & \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + 3x_2 + d_1^- - d_1^+ = 15 \\ 2x_1 - x_2 + d_2^- - d_2^+ = 0 \\ 4x_1 + d_3^- - d_3^+ = 16 \\ 5x_2 + d_4^- - d_4^+ = 15 \\ x_1, x_2, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \ (i = 1, \dots, 4) \end{cases} \end{aligned}$$

图解法举例

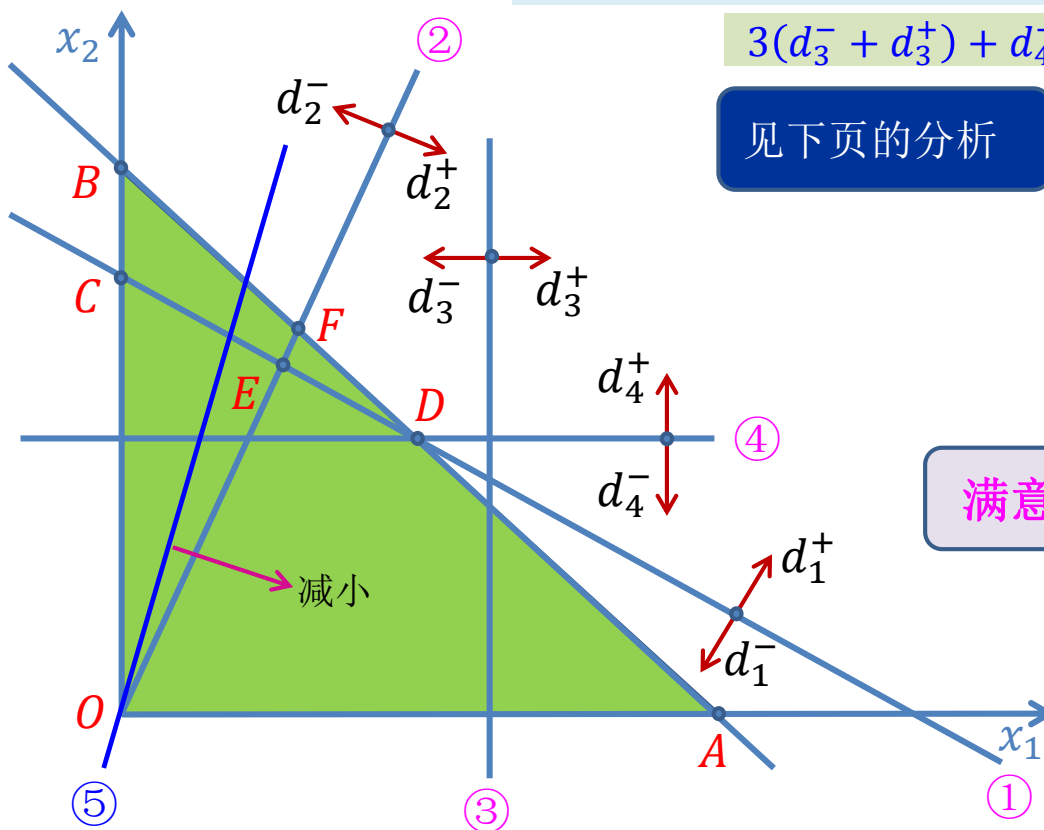
• 解:

$$\min z = P_1 d_1^- + P_2 (d_2^- + d_2^+) + 3P_3 (d_3^- + d_3^+) + P_4 d_4^+$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + 3x_2 + d_1^- - d_1^+ = 15 & \textcircled{1} \\ 2x_1 - x_2 + d_2^- - d_2^+ = 0 & \textcircled{2} \\ 4x_1 + d_3^- - d_3^+ = 16 & \textcircled{3} \\ 5x_2 + d_4^- - d_4^+ = 15 & \textcircled{4} \\ x_1, x_2, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad (i = 1, \dots, 4) \end{cases}$$

$$3(d_3^- + d_3^+) + d_4^+ = 33 - 12x_1 + 5x_2 \quad \textcircled{5}$$

见下页的分析



满意解

$\triangle OAB$



$\triangle BCD$



线段EF



点F

(使 $3(d_3^- + d_3^+) + d_4^+$ 的值最小)

图解法举例

• 【分析】

在EF线段上，均有 $d_3^+ = 0$ ，而由③式，有

$$d_3^+ + d_3^- = 16 - 4x_1$$

同理，在EF线段上，均有 $d_4^- = 0$ ，故由④式，有

$$d_4^+ = -15 + 5x_2$$

因此，在EF线段上，有

$$3(d_3^- + d_3^+) + d_4^+ = 33 - 12x_1 + 5x_2$$

以 $3(d_3^- + d_3^+) + d_4^+$ 为参数 u ，在图上画出直线族 $u = 33 - 12x_1 + 5x_2$ ，标出 $u = 3(d_3^- + d_3^+) + d_4^+$ 减小的方向，可得F点即为所求的满意点。

由于F的坐标为(2,4)，故此时

$$3(d_3^- + d_3^+) + d_4^+ = 29$$

【作为比较：在E(1.875, 3.75)点处，代入计算可得 $d_3^- = 8.5$ ， $d_3^+ = 0$ ， $d_4^- = 0$ ， $d_4^+ = 3.75$ ，因此 $3(d_3^- + d_3^+) + d_4^+ = 29.25$ 】

谢谢！

Thank you!