



运筹与优化

Operations Research & Optimization

鲁海燕

江南大学理学院

信息与计算机科学系

2019-2020-2 学期

Email: luhaiyan@jiangnan.edu.cn

目标规划

第四章

求解目标规划问题的单纯形法

第3节

求解目标规划问题的单纯形法

- 三种不同的单纯形法求解方式
 - 将多目标整体优化的单纯形法（单纯形法）
 - 按优先级分层优化的单纯形法（层次单纯形法）
 - 对优先因子赋权的单纯形法（权和单纯形法）

课后研读：教材《运筹学教程》
(第5版)113-113页的内容。

将多目标整体优化的单纯形法

- 该方法也称为检验数分列的单纯形法，规定如下：
 - （1）将目标规划的目标函数表示为求和形式（综合考虑优先级和权系数）；
 - （2）由于目标规划问题的目标函数为求最小化，因此所有检验数 $\sigma_j = c_j - z_j \geq 0$ 为最优准则；
 - （3）由于非基变量的检验数中含有不同级别的优先因子，即

$$\sigma_j = c_j - z_j = \sum \alpha_{lj} P_l, \quad l = 1, \dots, L$$

因此将检验数按优先因子分列表示，但从每个检验数的整体来看：检验数的正负首先取决于 P_1 的系数 α_{1j} 的正负。若 $\alpha_{1j} = 0$ ，则此时该检验数的正负就取决于 P_2 的系数 α_{2j} 的正负，依此类推。

将多目标整体优化的单纯形法

- 计算步骤 ($\min z$)

- (1) 建立初始单纯形表，在表中将检验数行按优先因子个数（其级别从高到低）依次列成 L 个行。
- (2) 对于当前单纯形表，置 $l = 1$ 。
- (3) 检查第 l 行中是否存在负数，且该负数所对应列的前 $l - 1$ 个行的系数均为零。若有这样的负数，则取其中最小者对应的变量为换入变量，转到(4)；否则，转到(6)。
- (4) 按最小比值规则确定换出变量，当存在两个或两个以上相同的最小比值时，选取具有较高优先级别的变量为换出变量。
- (5) 按单纯形法进行迭代，得到新的计算表，返回(2)。
- (6) 当 $l = L$ 时，计算结束，表中的解为满意解；否则，置 $l = l + 1$ ，转到(3)。

与求解线性规划的单纯形法的步骤基本相同，但由于目标优先级的存在，因此应首先寻求使最高优先级别的目标优化，然后转向下一级，当下一级目标优化后再转更低一级，依此类推。

应用举例

- **例3** 用单纯形法求解下述目标规划问题

$$\begin{aligned} \min z &= P_1(d_1^- + d_2^+) + P_2 d_3^- \\ s. t. &\begin{cases} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 10 \\ 2x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 40 \\ 3x_1 + 2x_2 + d_3^- - d_3^+ = 100 \\ x_1, x_2, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \ (i = 1, 2, 3) \end{cases} \end{aligned}$$

应用举例

• 解:

列出初始单纯形表

$c_j \rightarrow$			0	0	P_1	0	0	P_1	P_2	0
c_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	d_3^-	d_3^+
P_1	d_1^-	10	1	0	1	-1	0	0	0	0
0	d_2^-	40	2	1	0	0	1	-1	0	0
P_2	d_3^-	100	3	2	0	0	0	0	1	-1
$c_j - z_j$		P_1	-1	0	0	1	0	1	0	0
		P_2	-3	-2	0	0	0	0	0	1

迭代后得到下面的表格:

注意: 迭代时应将检验数作为一个整体参与运算。

应用举例

• 解(续):

$c_j \rightarrow$			0	0	P_1	0	0	P_1	P_2	0
c_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	d_3^-	d_3^+
0	x_1	10	1	0	1	-1	0	0	0	0
0	d_2^-	20	0	1	-2	2	1	-1	0	0
P_2	d_3^-	70	0	2	-3	3	0	0	1	-1
$c_j - z_j$	P_1		0	0	1	0	0	1	0	
	P_2		0	-2	3	-3	0	0	0	1

继续迭代得到下面的表格（见下页）：

应用举例

• 解(续):

$c_j \rightarrow$			0	0	P_1	0	0	P_1	P_2	0
c_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	d_3^-	d_3^+
0	x_1	20	1	1/2	0	0	1/2	-1/2	0	0
0	d_1^+	10	0	1/2	-1	1	1/2	-1/2	0	0
P_2	d_3^-	40	0	1/2	0	0	-3/2	3/2	1	-1
$c_j - z_j$	P_1		0	0	1	0	0	1	0	0
	P_2		0	-1/2	0	0	0	-3/2	0	1
0	x_1	10	1	0	1	-1	0	0	0	0
0	x_2	20	0	1	-2	2	1	-1	0	0
P_2	d_3^-	30	0	0	1	-1	-2	2	1	-1
$c_j - z_j$	P_1		0	0	1	0	0	1	0	0
	P_2		0	0	-1	1	2	-2	0	1

已得满意解，计算结束。

课堂练习

• 思考与讨论

▫ 若以下表达式作为目标规划的目标函数，其逻辑是否正确，为什么？

(1) $\max\{d^- + d^+\}$

(2) $\max\{d^- - d^+\}$

(3) $\min\{d^- + d^+\}$

(4) $\min\{d^- - d^+\}$

谢谢！

Thank you!