

网络计划

第七章

网络计划的优化

第3节

关键路线和网络计划的优化

- 网络计划的优化
 - 绘制网络计划图，计算时间参数和确定关键路线，得到一个初始计划方案。为了缩短工程的工期，降低总成本，使资源利用得到合理安排，需要对初始方案进行调整，进行网络计划的优化，此即网络计划技术的核心。
- 关键路线优化的意义
 - 关键路线的持续时间决定了完成整个工程项目所必须的最少时间；
 - 关键路线上的各项工作对计划进度起决定作用，必须投入充分的人力、物力、财力来保证各关键工作按时完成。若要提前完工，必须缩短关键路线上有关工作的持续时间。
 - **注意：**在优化过程中，次关键路线可能会成为关键路线。

网络计划的优化

- 工期优化

- 根据对计划进度的要求，缩短工程项目的工期。具体做法如下：

- 采取技术措施，提高工效，缩短关键工作的持续时间，使关键路线的时间缩短；
 - 研究关键路线上串联的每一个工作有无可能改为平行工作和交叉进行的工作，以缩短工期；
 - 采取组织措施，充分利用非关键工作的总时差，合理调配人力、物力、资金等资源。

网络计划的优化

- 资源优化

- 在项目工期不变的条件下，均衡地利用资源。做法如下：
 - 优先安排关键工作所需的资源；
 - 利用非关键工作的总时差，错开各工作的开始时间，避免在同一时区集中使用同一资源，以免出现高峰；
 - 在确实受到资源制约，或在考虑综合效益条件下，在许可时，也可适当推迟工程的工期，实现错开高峰的目的。

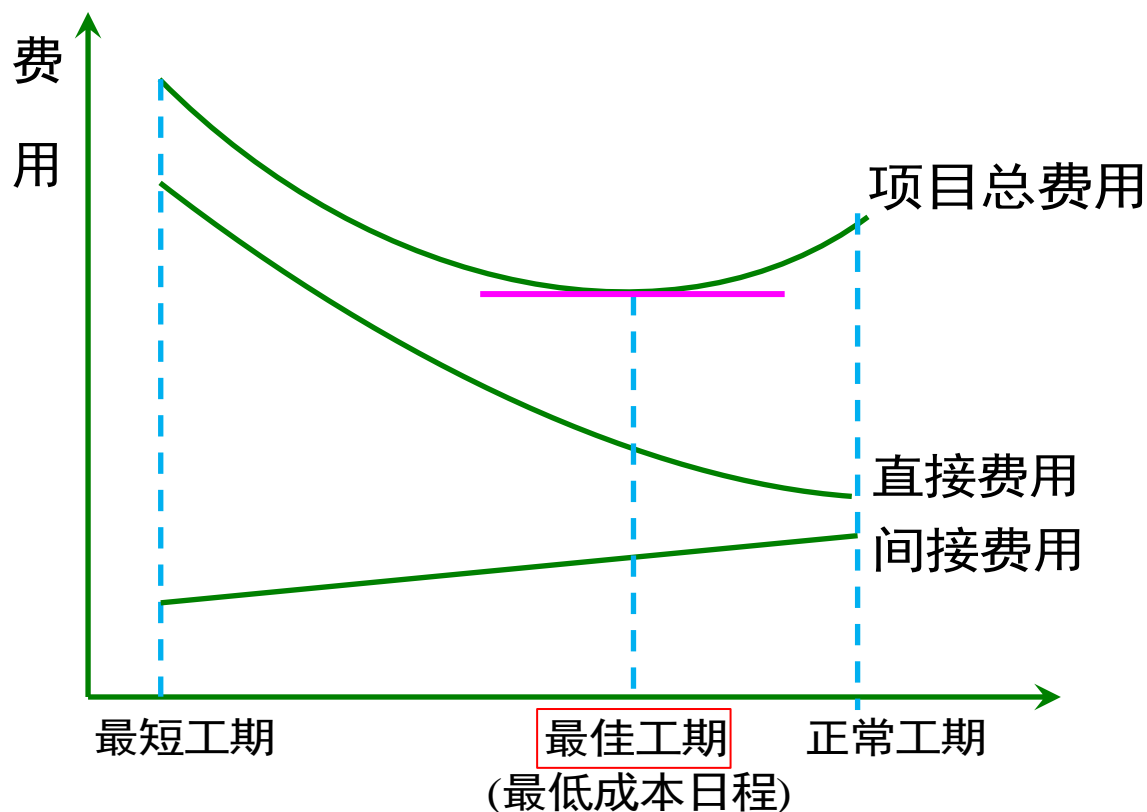
网络计划的优化

- 工期—费用优化

- 研究如何使项目工期尽可能缩短、费用尽可能少；或在保证既定完成时间条件下，所需费用为最少；或在费用限制条件下，项目完工的时间为最短。做法如下：
 - 计算工作费用增加率(简称**费用率**：缩短工作持续时间每一单位所需增加的费用)；
 - 找出费用率最低的一项或一组关键工作作为缩短持续时间的对象。其缩短后的值不能小于最短持续时间，不能成为非关键工作；
 - 同时计算相应增加的费用，然后考虑由于工期缩短所带来的间接费用(包括管理费等，工期愈短，间接费用愈少)的变化，在此基础上计算项目的总费用。
 - 重复以上步骤，直至获得满意方案(**最佳工期**)为止。

网络计划的优化

工期与总费用的关系曲线



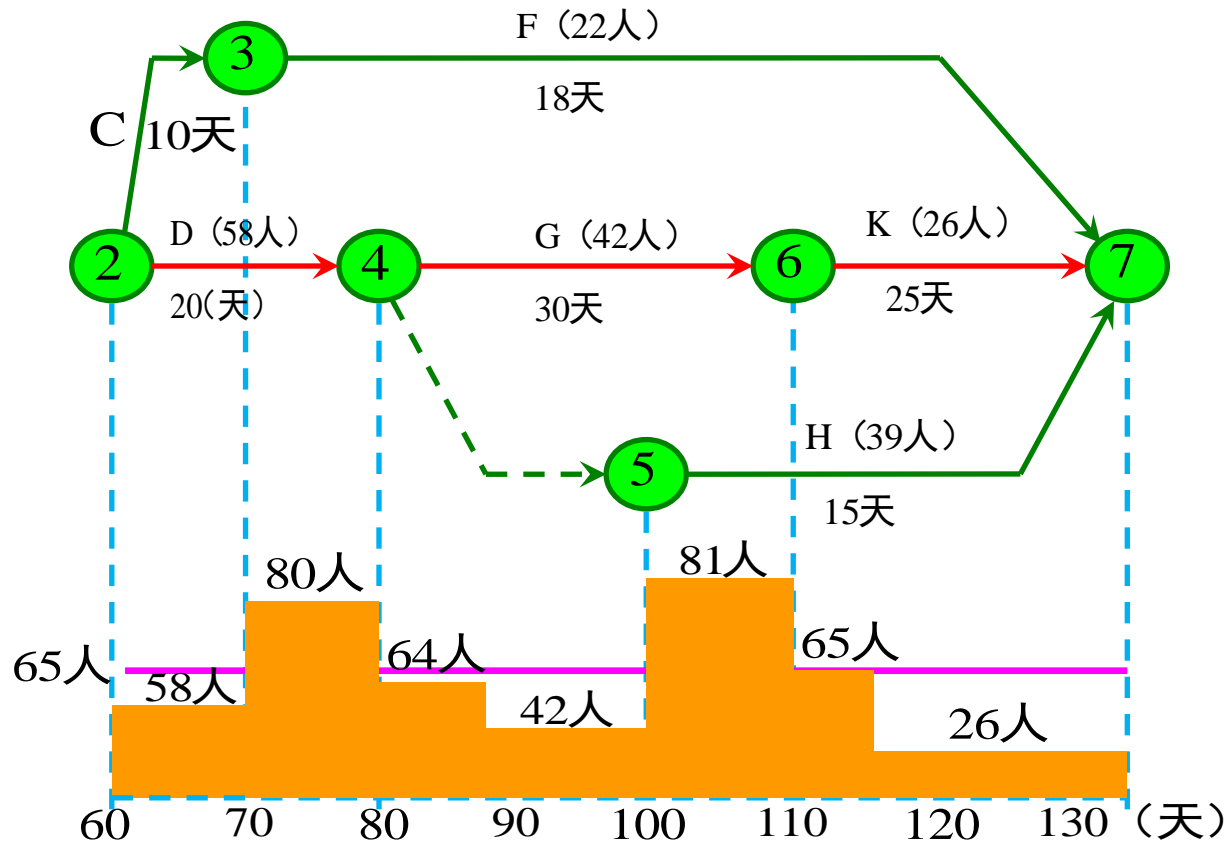
网络计划的优化

- **例2** 通过**例1**说明**平衡人力资源**的方法。假设**例1**中现有机械加工工人**65**人，要完成工作D、F、G、H、K。各工作需要人数见下表。

工作	持续时间(天)	需要工人(人)	总时差(天)
D	20	58	0
F	18	22	47
G	30	42	0
H	15	39	20
K	25	26	0

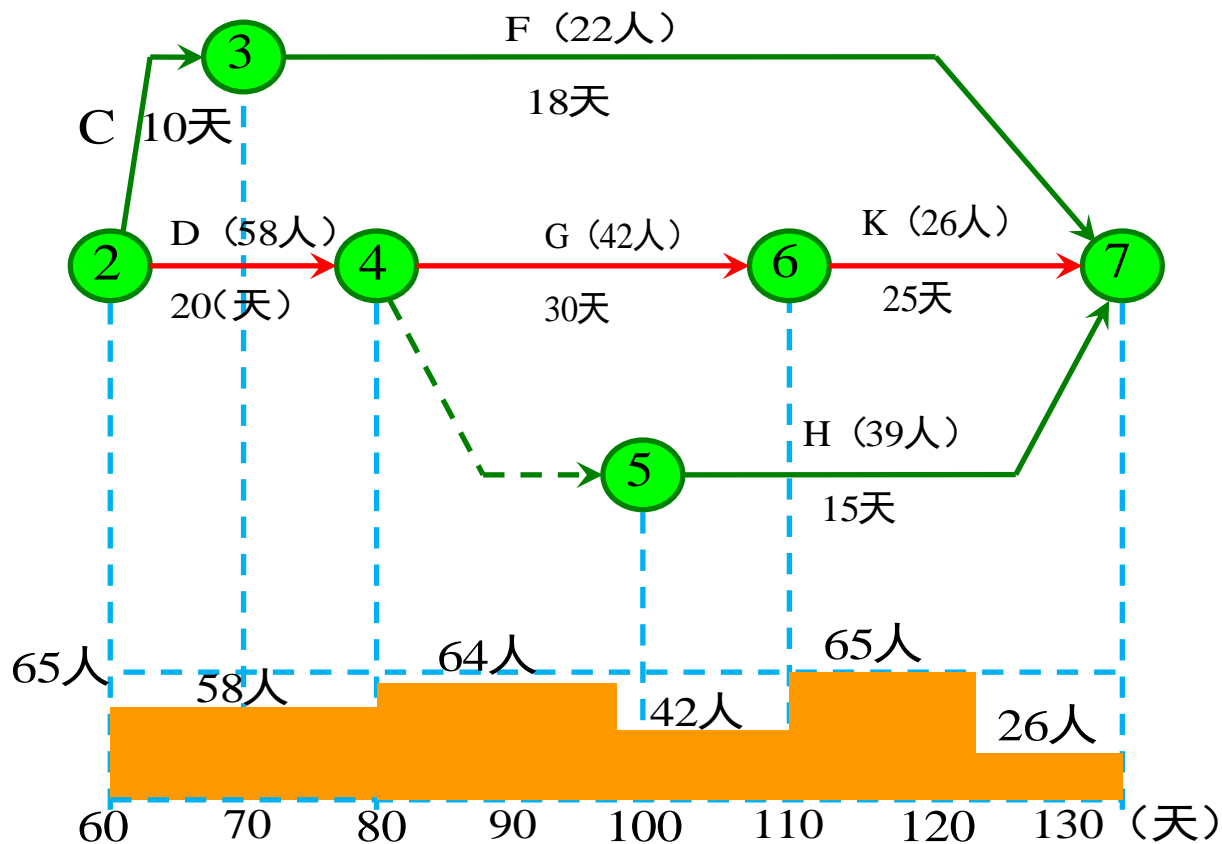
网络计划的优化

- 解：** 若上述工作均按**最早开始时间**安排人力，在完成各关键工作的**75**天工期中的人力资源需求见下图，可见部分时区内超出了人力资源限制，**必须进行**调整。



网络计划的优化

- 解(续): 非关键工作F、H有**机动时间**, 可将**F推迟10天**开始, **H推迟10天**开始(见下图), 则可错开上述两个资源负荷高峰, 且仍满足人力资源约束。



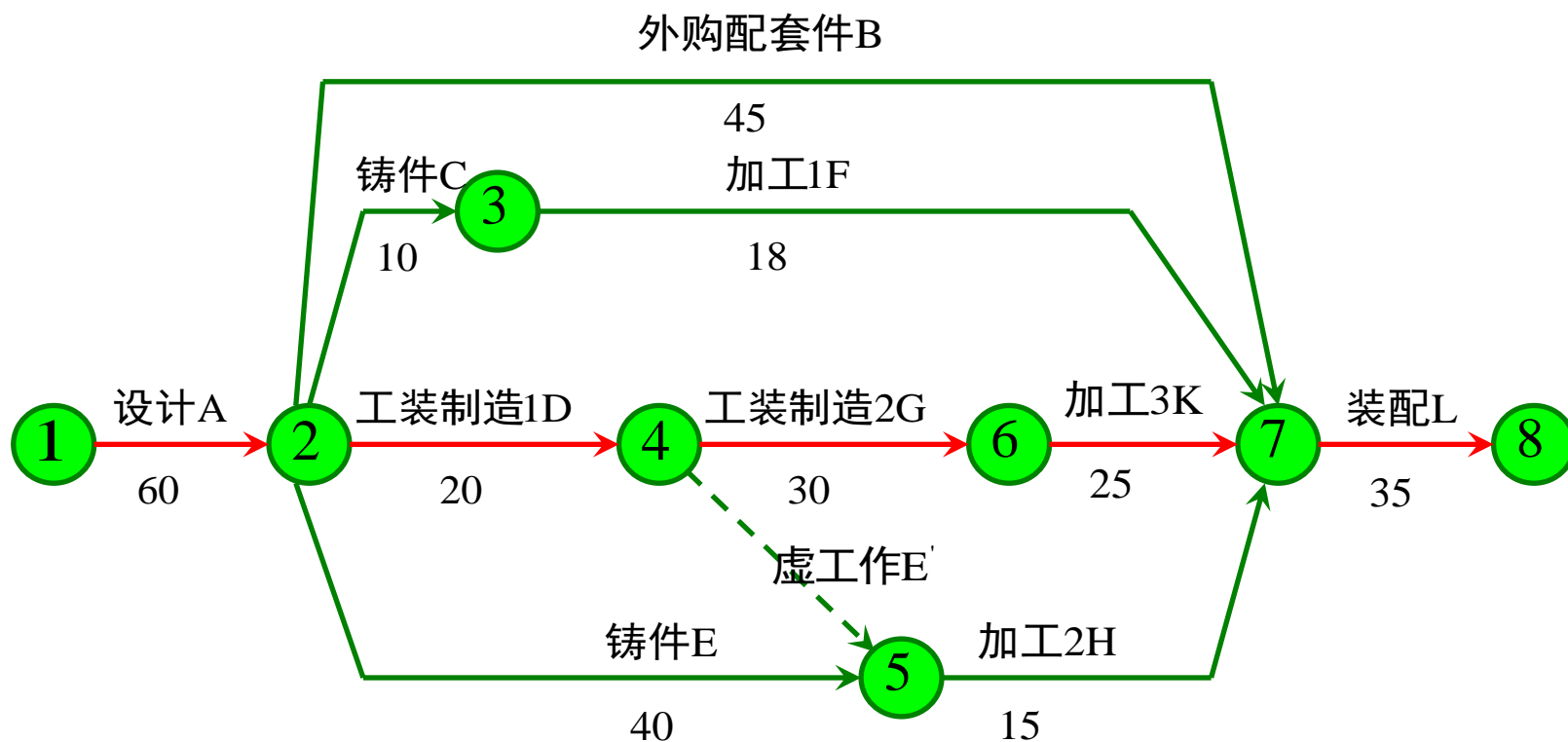
网络计划的优化

- 例3 通过例1说明工期—费用优化的方法。项目正常工期为170天，每天间接费用为400元，按下表中的已知资料，求该工程的最佳工期。

序号	工作代号	正常持续时间 (天)	工作直接费用 (元)	最短工作时间 (天)	工作直接费用 (元)	费用率 (元/天)
1	A	60	10000	60	10000	/
2	B	45	4500	30	6300	120
3	C	10	2800	5	4300	300
4	D	20	7000	10	11000	400
5	E	40	10000	35	12500	500
6	F	18	3600	10	5440	230
7	G	30	9000	20	12500	350
8	H	15	3750	10	5750	400
9	K	25	6250	15	9150	290
10	L	35	12000	35	12000	/

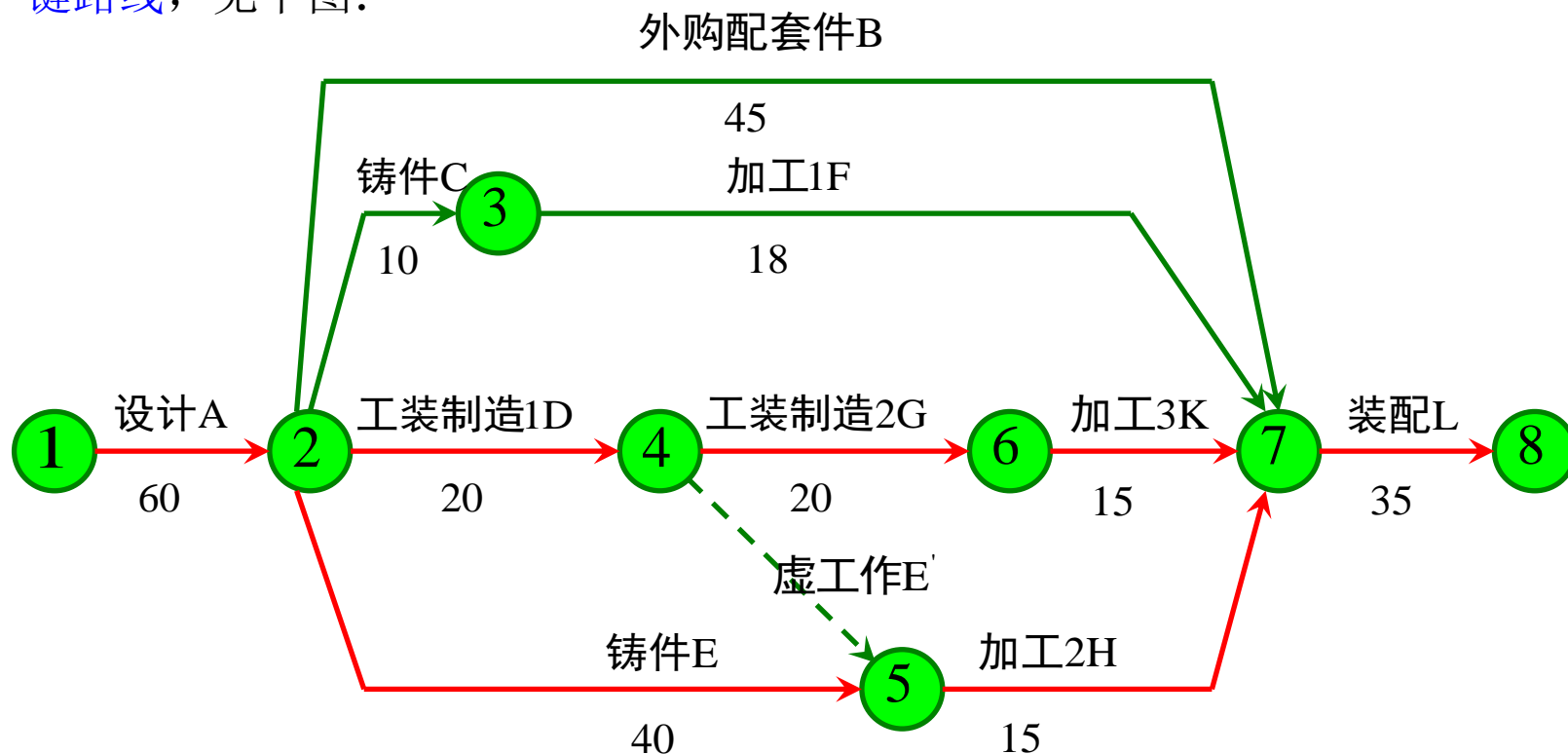
网络计划的优化

- 解：**按例1所给的的网络计划方案安排进度，项目**正常工期为170天**，对应的项目**直接费用**为68900元，**间接费用**为 $170 \times 400 = 68000$ 元，项目**总费用**为**136900元**。此为正常条件下的方案，称为**170天方案**，见下图：



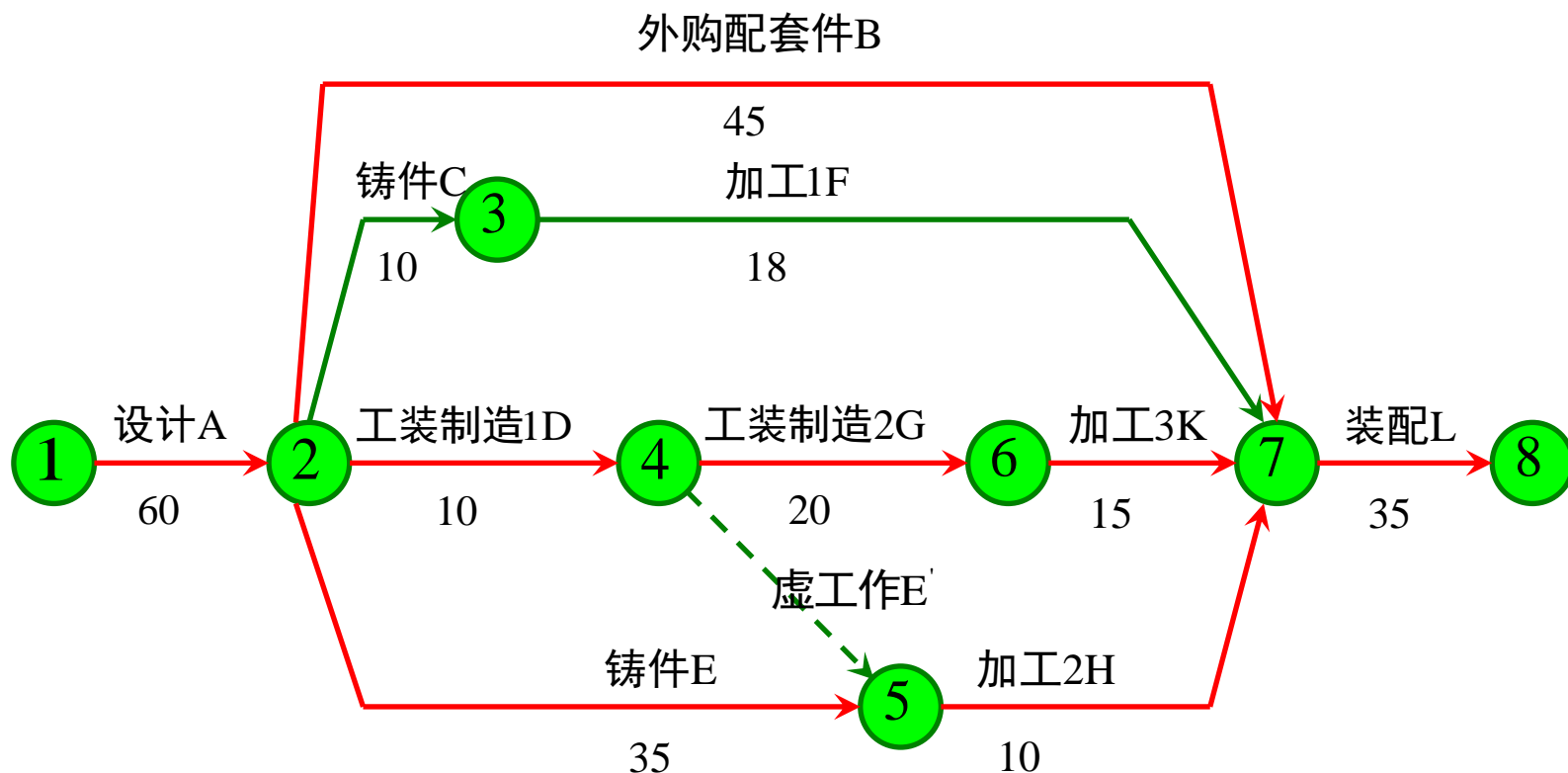
网络计划的优化

- 解(续):** 考虑缩短工期。将170天方案中**关键路线**上直接费用率最低和次低的**K、G**的持续时间**各缩短10天**(且都只能缩短10天), 这时总工期缩短到 $170-10-10=150$ 天, 总费用为**135300元**, 此为**150天方案**, 该方案中存在**两条关键路线**, 见下图:



网络计划的优化

- 解(续):** 如果继续缩短工期, 工作的直接费用将大幅增加。比如在150天方案上再缩短10天, 成为**140天方案**。此时须选择两条关键路线上的**D**缩短10天, **H**和**E**各缩短5天, 总费用为**139800**元, 见下图(有三条关键路线):



网络计划的优化

- **解(续):** 上述计算结果可汇总在下表中, 综合考虑**150天方案**为最佳方案(150天为**最佳工期**, 即**最低成本日程**。)。

工期方案	170天方案	150天方案	140天方案
缩短关键工作		K, G	D, H, E
缩短工作持续时间 (天)		10, 10	10, 5, 5
直接费用 (元)	68900	75300	83800
间接费用 (元)	68000	60000	56000
总费用 (元)	136000	135300	139800

计划评审法

- 方法概述

- 计划评审法(PERT)采用网络计划与网络分析方法，注重对工程项目安排的评价与审查，主要应用于参数不确定的研究与开发的新项目。

- 主要工作

- 凭借经验和过去完成类似工作需要的时间来对各项作业的计划完成时间进行估计(如可采用“三时估计法”), 分析完成作业的期望时间和在规定时间内实现各个事件的概率。

计划评审法

- 三时估计法

- 对完成一项工作给出三个时间上的估计值：

- 最乐观估计值 a
- 最可能估计值 m
- 最悲观估计值 b

取三种时间发生的概率分别为 $1/6$ 、 $4/6$ 、 $1/6$ ，则工作 $i-j$ 持续时间的期望值和方差为：

- 然后按下述经验公式计算工作持续时间的期望值和方差：

$$E(D_{i-j}) = \frac{a + 4m + b}{6}$$
$$\text{Var}D_{i-j} = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2$$

计划评审法

- 相关概率计算

- 在求出每个工作的期望持续时间和方差后，就可以同确定型网络一样，计算出有关时间参数。
- 由于各工作工时为随机变量，项目总完工期 Z 也是一个随机变量，其期望值为关键路线上各工作的期望工时之和 $T_Z = \sum D$ ，其方差为关键路线上各工作的工时方差之和 $\sum \sigma^2$ 。
- 当工作足够多，每一工作的工时对整个项目完工期影响不大时，由中心极限定理可知，项目总完工期 Z 服从以 T_Z 为期望值、以 $\sum \sigma^2$ 为方差的正态分布。

计划评审法

- 相关概率计算

- 为严格控制工期，确保项目在计划期内完成，可以计算在某一给定期限 T_S 前完工的概率。
- 可以指定多个完工期，直到求得有足够可靠性保证的计划完工期 T_S^* ，将其作为项目的总工期。

$$\begin{aligned} P(T \leq T_S) &= \int_{-\infty}^{T_S} N\left(T_Z, \sqrt{\sum \sigma^2}\right) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\frac{T_S - T_Z}{\sqrt{\sum \sigma^2}}} N(0,1) dt \\ &= \Phi\left(\frac{T_S - T_Z}{\sqrt{\sum \sigma^2}}\right) \quad (\text{查表得解}) \end{aligned}$$

计划评审法

• 备注

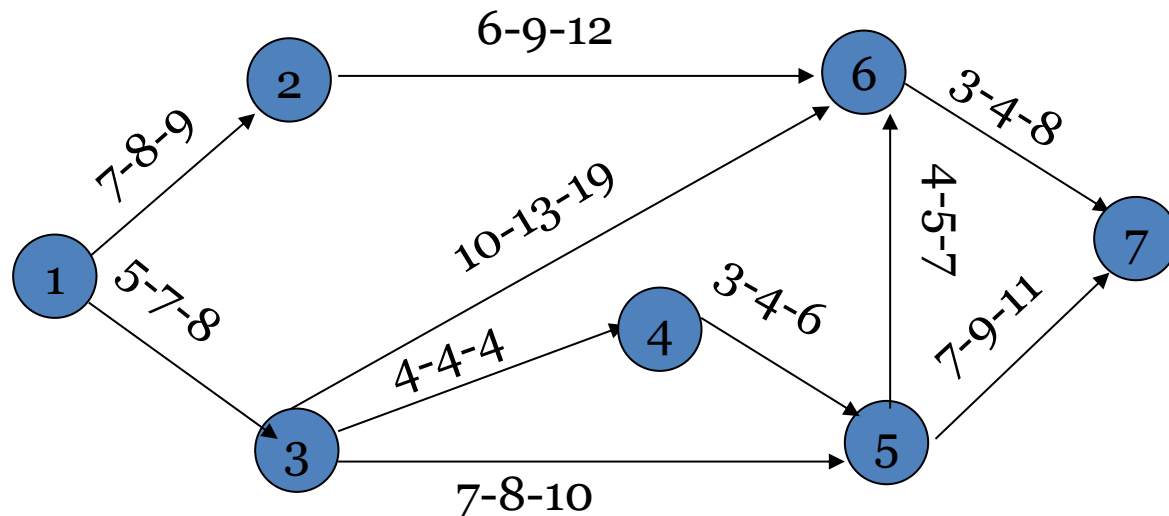
- 应用类似方法，可以求得项目中某一事项*i*在指定日期 $T_s(i)$ 前完成的概率，只需把由上述公式中 T_z 换成事项*i*的最早可能时间 E_i ，而 $\sum \sigma^2$ 的含义改为事项*i*的最长的先行工作路线所需时间的方差即可，即

$$P(T \leq T_s(i)) = \Phi \left(\frac{T_s(i) - E_i}{\sqrt{\sum \sigma^2}} \right)$$

- 前面介绍的网络计划方法主要研究以时间为主要参数的确定型网络模型（PERT也只是讨论工时的不确定性），并没有对事项或工作的不确定性进行讨论。为解决这类非确定型网络问题，1966年Pritsker提出了图解评审法（GERT），参见《运筹学教程(第5版)》276-281页。

计划评审法

- **例4** 已知某项目(见下图)中各件工作的a,m,b值(单位:月), 要求:
 - (1) 每个工作的平均工时D及均方差 σ ;
 - (2) 计算各工作的时间参数, 确定关键路线;
 - (3) 在25个月前完工的概率。



计划评审法

• 解： (1)

工作	a	m	b	D	σ
①→②	7	8	9	8	0.333
①→③	5	7	8	6.833	0.5
②→⑥	6	9	12	9	1
③→④	4	4	4	4	0
③→⑤	7	8	10	8.167	0.5
③→⑥	10	13	19	13.5	1.5
④→⑤	3	4	6	4.167	0.5
⑤→⑥	4	5	7	5.167	0.5
⑤→⑦	7	9	11	9	0.667
⑥→⑦	3	4	8	4.5	0.833

计划评审法

- 解：**（2）按D值计算出各工作的最早开始时间、最迟开始时间和总时差：

工作	ES_{i-j}	LS_{i-j}	TF_{i-j}
①→②	0	3.333	3.333
①→③	0	0	0
②→⑥	8	11.333	3.333
③→④	6.833	6.999	0.166
③→⑤	6.833	6.999	0.166
③→⑥	6.833	6.833	0
④→⑤	10.833	10.999	0.166
⑤→⑥	15	15.166	0.166
⑤→⑦	15	15.833	0.833
⑥→⑦	20.333	20.333	0

计划评审法

• 解:

(3) 由前述计算, 确定关键工作为(1,3),(3,6),(6,7), 从而关键路线为①→③→⑥→⑦, 总完工期为24.833 (月)。

$$\sqrt{\sum \sigma^2} = \sqrt{\sigma_{1,3}^2 + \sigma_{3,6}^2 + \sigma_{6,7}^2} = \sqrt{0.5^2 + 1.5^2 + 0.833^2} \approx 1.787$$

$$P\{T \leq 25\} = \int_{-\infty}^{\frac{25-24.833}{1.787}} N(0,1)dt = \Phi(0.099) = 53.98\%$$

即此项目在25个月前完成概率为0.5398。

Thank you!

谢谢!